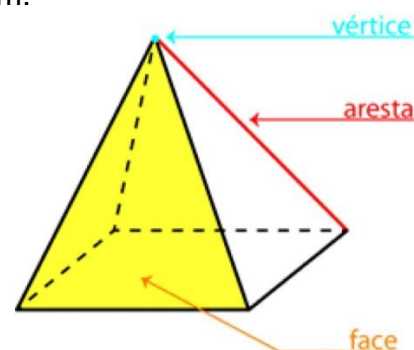
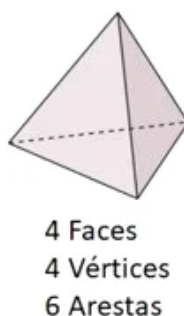
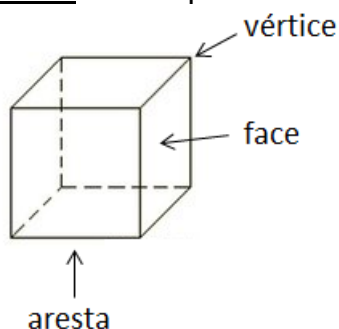


Geometria Espacial: é a análise de sólidos no espaço, ou seja, é a geometria para objetos tridimensionais. Os sólidos geométricos possuem:

Faces: são os lados do sólido geométrico.

Arestas: são as linhas resultantes do encontro de duas faces.

Vértices: são os pontos onde duas ou mais arestas se encontram.

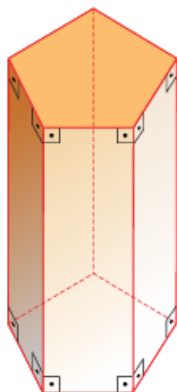


GEOMETRIA ESPACIAL – PRISMAS, PARALELEPÍPEDOS E CUBOS

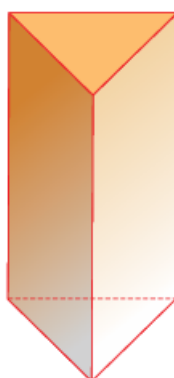
Prismas: são sólidos geométricos que possuem duas bases formadas por polígonos congruentes e faces laterais formadas por paralelogramos (na maioria das vezes retângulos).

Prisma regular: é um prisma reto (arestas laterais perpendiculares as da base) e que possui como base é um polígono regular (lados congruentes).

Prisma regular pentagonal:



Prisma regular triangular:



Prisma regular hexagonal:



CÁLCULO DE ÁREAS E VOLUME DE PRISMAS REGULARES

Área da base (Ab): é igual a área do polígono que está na base;

Área lateral (Al): é igual a soma das áreas dos retângulos das faces laterais;

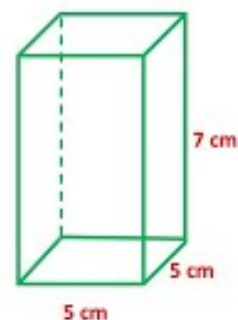
Área total (At): é calculada por: $A_t = 2A_b + A_l$;

Volume (V): é calculado por: $V = A_b \cdot h$.

Exemplos:

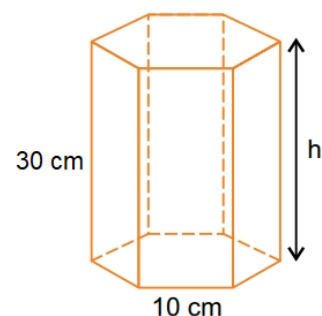
1) as medidas do prisma regular abaixo são, 7 cm de aresta lateral e 5 cm de aresta da base. Calcular:

a) A área da base A_b ; b) A área lateral A_l ; c) A área total A_t ; d) O volume V .

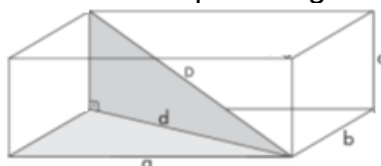


2) O prisma hexagonal abaixo possui arestas de base medindo 10 cm e arestas laterais medindo 30 cm. Calcular:

a) A área da base A_b ; b) A área lateral A_l ; c) A área total A_t ; d) O volume V .



Paralelepípedo: é todo prisma cujas bases são paralelogramos (geralmente retângulos).



Nos paralelepípedos temos:

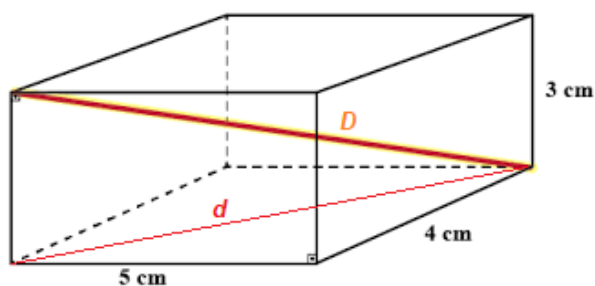
Área total (A_t): é calculada por: $A_t = 2(ab+ac+bc)$;

Volume (V): é calculado por: $V = a \cdot b \cdot c$;

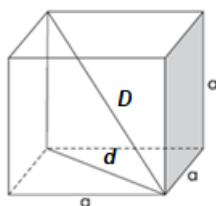
Diagonal do Paralelepípedo: é calculada por: $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Exemplo: o paralelepípedo abaixo possui arestas medindo 3; 4 e 5 cm. Calcular:

a) A área total A_t ; b) O volume V ; c) a diagonal do paralelepípedo.



Cubo: é todo prisma regular cujas seis faces são quadradas.



Nos cubos temos:

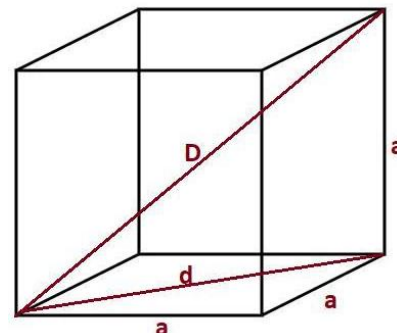
Área total (A_t): é calculada por: $A_t = 6 \cdot a^2$;

Volume (V): é calculado por: $V = a^3$;

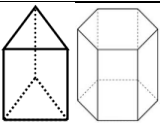
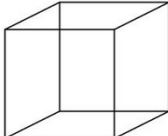
Diagonal do cubo: é calculada por: $D = a\sqrt{3}$.

Exemplo: a aresta **a** do cubo abaixo mede 4cm. Calcular:

a) A área total A_t ; b) O volume V ; c) A diagonal do cubo D .



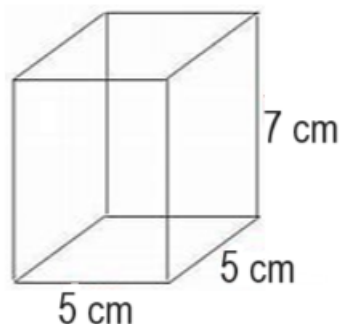
Resumo:

Descrição	Sólido Geométrico	Área Total	Volume
Prismas		$A_t = 2Ab + Al$	$V = Ab \cdot h$
Paralelepípedo		$A_t = 2(ab+ac+bc)$	$V = a \cdot b \cdot c$
Cubo		$A_t = 6 \cdot a^2$	$V = a^3$

Exercícios da aula:

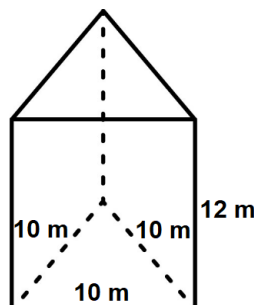
1) No prisma reto de base quadrada, calcule:

- A área da base(Ab);
- A área lateral(Al);
- A área total(At);
- O volume(V).



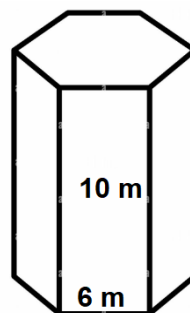
2) No prisma reto de base triangular, calcule:

- A área da base(Ab);
- A área lateral(Al);
- A área total(At);
- O volume(V).



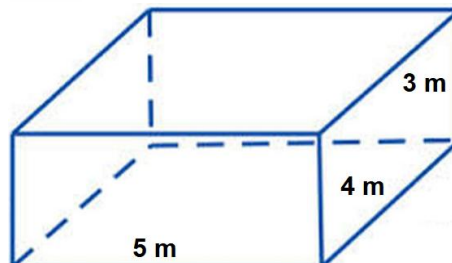
3) No prisma reto de base hexagonal, calcule:

- A área da base(A_b);
- A área lateral(A_l);
- A área total(A_t);
- O volume(V).



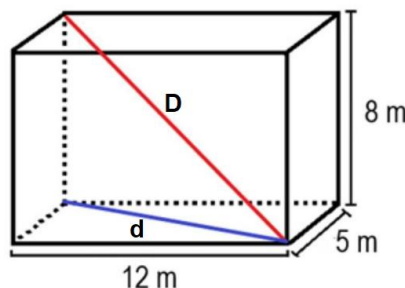
4) No paralelepípedo reto, calcule:

- A área total(A_t);
- O volume(V) em m^3 ;
- O volume em litros.



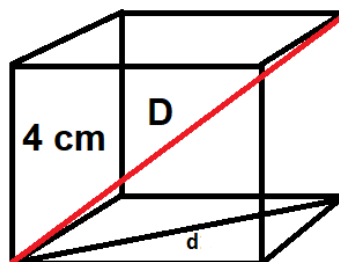
5) No paralelepípedo reto, calcule:

- A área total(A_t);
- O volume(V) em m^3 ;
- A diagonal de face (d);
- A diagonal (D).



6) No cubo reto, calcule:

- A área total(A_t);
- O volume(V);
- A diagonal de face(d);
- A diagonal(D).

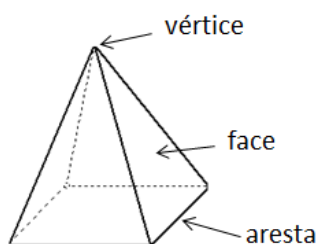


7) Sendo o perímetro da base de um cubo igual a 16 cm, seu volume é:

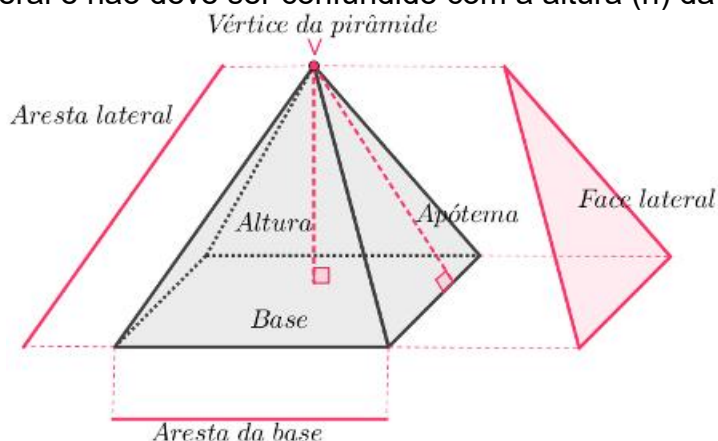
Respostas: 1)a) $25cm^2$ b) $140cm^2$ c) $190cm^2$ d) $175cm^3$ 2)a) $25\sqrt{3}m^2$ b) $360m^2$ c) $50\sqrt{3} + 360 = 10(5\sqrt{3} + 36)m^2$ d) $300\sqrt{3}m^3$ 3)a) $54\sqrt{3}m^2$ b) $360m^2$ c) $108\sqrt{3} + 360 = 36(3\sqrt{3} + 10)m^2$ d) $540\sqrt{3}m^3$ 4)a) $94m^2$ b) $60m^3$ c) 60.000 litros 5)a) $392m^2$ b) $480m^3$ c) $13m$ d) $\sqrt{233}m$ 6)a) $96cm^2$ $64cm^3$ c) $4\sqrt{2}cm$ d) $4\sqrt{3}cm$ 7) $64cm^3$

GEOMETRIA ESPACIAL – PIRÂMIDES, CILINDROS, CONES E ESFERAS

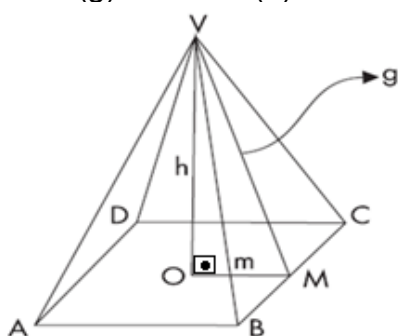
Pirâmide: é uma figura geométrica espacial (poliedro), composta por uma base e um vértice. Sua base é um polígono e pode ter a forma triangular, pentagonal, quadrada, retangular, paralelogramo ou outras. O vértice, corresponde ao ponto mais distante da base da pirâmide e une todas as faces laterais triangulares. Sua altura corresponde a distância entre o vértice da pirâmide e sua base. O número de lados do polígono da base corresponde ao número de faces laterais da pirâmide.



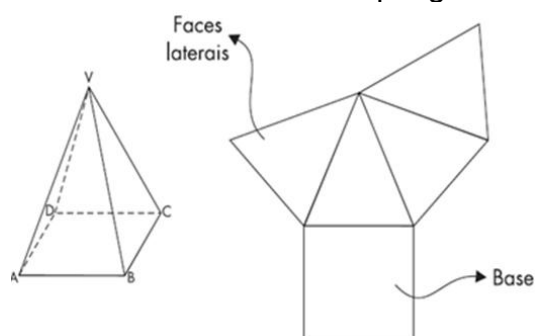
De forma mais completa, a pirâmide possui os elementos abaixo, onde o Apótema (g) é a altura do triângulo da face lateral e não deve ser confundido com a altura (h) da pirâmide.



Pirâmides Regulares: em uma pirâmide regular as arestas laterais são iguais e conseqüentemente as faces laterais são triângulos isósceles iguais. o polígono da base também é regular (possui todos os lados com a mesma medida), a altura da face lateral é o apótema da pirâmide (g). A altura (h) é a menor distância entre o vértice e o centro do polígono da base.



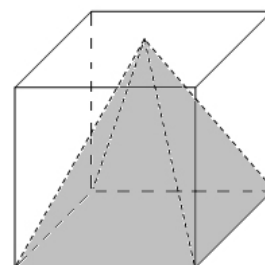
No triângulo VOM, temos:
 $g^2 = h^2 + m^2$ (Teorema de Pitágoras)



$$A_{\text{total}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

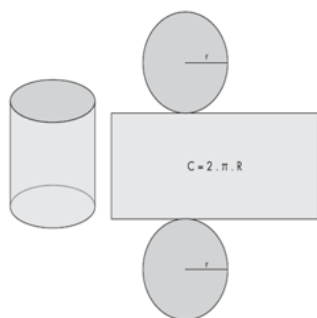
$$\text{Volume: } V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

O volume de uma pirâmide é a terça parte (1/3) do volume de um prisma de mesma base.



Exemplo: Calcular a área da base, a área lateral, a área total e o volume de uma pirâmide de base quadrada, com arestas da base iguais a 4 cm e arestas laterais iguais a 6 cm.

Cilindro: é um sólido geométrico composto por duas faces paralelas em formato de círculo e por uma área lateral que liga essas duas faces.



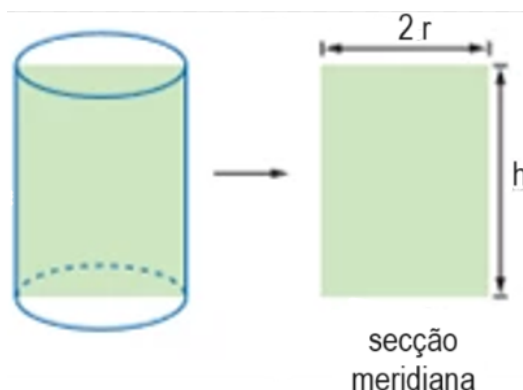
$$\text{Área da base: } A_b = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Área Lateral: } A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

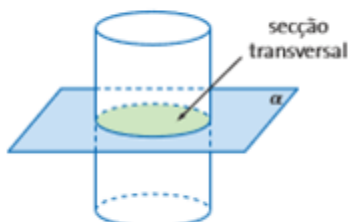
$$\text{Área total: } A_t = 2A_b + A_L$$

$$\text{Volume do cilindro: } V = A_b \cdot h$$

Seção meridiana de um cilindro: é uma região retangular obtida pela interseção de um plano vertical que passa pelo centro (eixo) do cilindro. Logo, é um retângulo, tendo como base o diâmetro do cilindro.

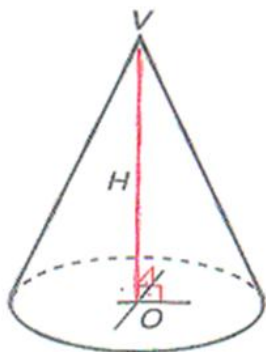


Seção transversal: é uma região circular obtida pela interseção de um plano horizontal que passa pelo cilindro. Logo, é um círculo.



Exemplo: Calcular a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cilindro reto de altura igual a 8 cm e raio da base igual a 4 cm.

Cone: é um sólido geométrico formado por uma base circular e uma área lateral.



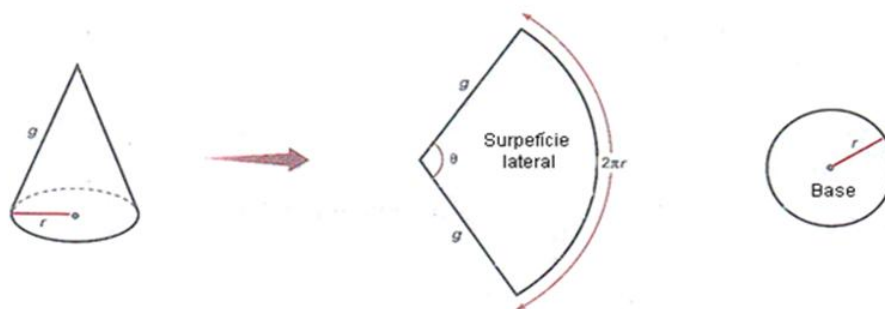
$$\text{Área da base: } A_b = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Área Lateral: } A_L = r \cdot g \cdot \pi$$

$$\text{Área total: } A_t = A_L + A_b$$

$$\text{Volume do cone: } V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

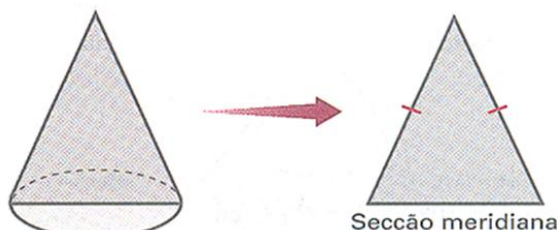
Volume é a Área da base vezes a Altura. Se tem ponta (cone e pirâmide) divide por 3.



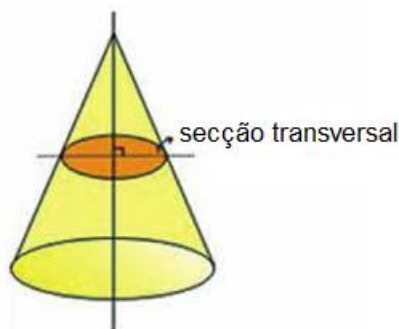
Cone circular reto: é todo cone circular cujo eixo é perpendicular ao plano da base. Em todo cone circular reto, a altura é a medida do segmento cujos extremos são o vértice V e o centro o da base.

Cone equilátero: é um cone circular reto cujas secções meridianas são regiões limitadas por triângulos equiláteros. Em todo cone equilátero a medida g de cada geratriz é igual ao diâmetro 2r da base: $g = 2r$.

Secção meridiana de um cone: é uma região triangular obtida pela intersecção de um plano vertical que passa pelo centro (eixo) do cone. Logo, é um triângulo isósceles, tendo como base o diâmetro do cilindro.

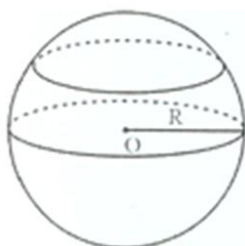


Secção transversal: é uma região circular obtida pela intersecção de um plano horizontal que passa pelo cone. Logo, é um círculo.



Exemplo: Calcular a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cone de raio igual a 3 cm e altura igual a 4 cm.

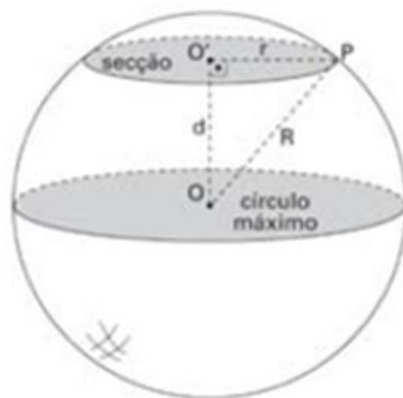
Esfera: é um sólido geométrico formado por todos os pontos que estão a uma distância igual ou menor que o seu raio no espaço.



Área da superfície esférica: $A = 4 \pi r^2$

Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Secção de uma Esfera: A intersecção de um plano com uma esfera é um círculo. Esse círculo é máximo quando o plano passa pelo centro da esfera



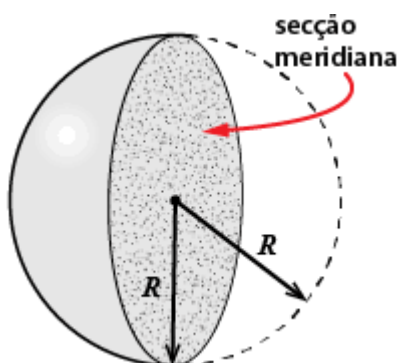
d é a distância entre o plano α e o centro da esfera.

R é o raio da esfera.

r é o raio da secção.

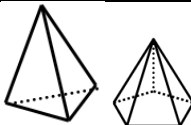
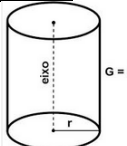
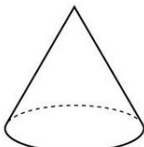
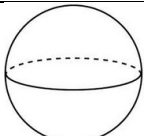
Relação: $R^2 = d^2 + r^2$ (Teorema de Pitágoras)

Seção meridiana de uma esfera: é uma região circular obtida pela interseção de um plano vertical que passa pelo centro (eixo) da esfera. Logo, é um círculo, com a mesma medida de raio da esfera.



Exemplo: Calcular a área total e o volume de uma esfera de raio igual a 6 cm.

Resumo:

Descrição	Sólido Geométrico	Área Total	Volume
Pirâmide		$At = Ab + Al$	$V = 1/3 \cdot Ab \cdot h$
Cilindro		$At = 2Ab + Al$	$V = Ab \cdot h$
Cone		$At = Ab + Al$	$V = 1/3 \cdot Ab \cdot h$
Esfera		$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	$V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$

Exercícios da aula:

- 1) Para uma esfera de raio igual a 5 cm, calcular: a) a área total (A_t); b) o volume (V).
- 2) Para um cilindro de raio igual a 4 cm e altura igual a 6 cm, calcular:
a) a área da base (A_b); b) a área lateral (A_l); c) a área total (A_t); d) o volume (V).
- 3) Para uma pirâmide de base quadrada, com arestas da base iguais a 6 cm e arestas laterais iguais a 8 cm, calcular:
a) a área da base (A_b); b) a área lateral (A_l); c) a área total (A_t); d) o volume (V).
- 4) Para um cone reto de altura igual a 6 cm e raio da base igual a 2 cm, calcular:
a) a área da base (A_b); b) a área lateral (A_l); c) a área total (A_t); d) o volume (V).
- 5) O volume de uma esfera inscrita num cubo cuja aresta mede 6cm é:

Respostas: 1)a) $100\pi\text{cm}^2$ b) $\frac{500\pi}{3}\text{cm}^3$ 2)a) $16\pi\text{cm}^2$ b) $48\pi\text{cm}^2$ c) $80\pi\text{cm}^2$ d) $96\pi\text{cm}^3$
3)a) 36cm^2 b) $12\sqrt{55}\text{cm}^2$ c) $12(3+\sqrt{55})\text{cm}^2$ d) $12\sqrt{46}\text{cm}^3$ 4)a) $4\pi\text{cm}^2$ b) $4\sqrt{10}\pi\text{cm}^2$ c) $4\pi(1 + \sqrt{10})\text{cm}^2$ d) $8\pi\text{cm}^3$ 5) $36\pi\text{cm}^3$